

**Т.Б. НИКИТИНА**, канд. техн. наук, доцент

## **ВЫБОР КРИТЕРИЯ КАЧЕСТВА РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ КАК ЗАДАЧА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ**

Розроблено метод вибору критерію якості при синтезі робастного керування у вигляді задачі багатокритеріальної оптимізації. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої системи.

The quality criterion choice method for robust control synthesis as multicriterion optimization task is developed. The example of dynamic characteristics for such system is given.

**Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами.** Применение традиционных систем подчиненного регулирования для управления системами, содержащими упругие элементы и нелинейные характеристики, часто не позволяет обеспечивать технические требования, предъявляемые к системе. При этом приходится уменьшать быстродействие регуляторов стандартных настроек так, чтобы полоса пропускания системы была существенно уже самой низкой частоты собственных механических колебаний исходного объекта управления. Эффективным средством управления системами со сложными кинематическими связями является управление по полному вектору состояния. При этом качество процессов управления определяется заданным критерием качества. Динамические характеристики синтезированной системы в значительной степени определяется принятым критерием качества, однако, сама проблема выбора критерия качества до сегодняшнего времени остается не решенной [1].

**Анализ последних достижений и публикаций.** К настоящему времени наиболее широкое распространение получило оптимальное управление по квадратичному критерию качества, при котором минимизируется  $H^2$  норма вектора регулируемых параметров. Попытка применения такого подхода к реальным системам показало высокую чувствительность получаемого решения к параметрам и структуре моделей исходного объекта управления и внешних воздействий. В ряде случаев синтезированная таким образом система при изменении параметров объекта управления в процессе нормального функционирования вообще теряла устойчивость и, естественно, становилась не работоспособными [2]. Поэтому в последнее время усилия многих ученых было направлено на разработку теории синтеза регуляторов, нечувствительных к изменению в определенном диапазоне параметров и структуры объекта управления и внешних воздействий. Это направление выделилось в теории робастного управления и связано с минимизацией  $H^\infty$  нормы вектора регулируемых параметров [3-5]. Однако, регуляторы

синтезированные по критерию  $H^\infty$  являются излишне «осторожными», поэтому в последнее время получило наибольшее распространение направление, связанное с синтезом регуляторов по смешанному критерию, включающему комбинацию  $H^2$  и  $H^\infty$  нормы.

**Цель работы.** Целью данной работы является разработка методики выбора критерия качества в виде решения задачи многокритериальной оптимизации при синтезе робастного управления для выполнения технических требований, предъявляемых к системе, и учете ограничений на переменные состояния и управления. Задачей статьи является синтез и исследование динамических характеристик робастной системы управления стабилизатором танкового вооружения с учетом упругости ствола с выбранными критериями качества.

**Изложение материала исследования, полученных научных результатов.** Для исходной системы

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t) + \bar{\xi}(t),$$

возбуждаемой вектором случайных сигналов  $\bar{\xi}(t)$  типа белого шума и измеряемого вектора выхода

$$\bar{y}(t) = C\bar{x}(t) + \bar{\theta}(t),$$

с вектором помех измерения  $\bar{\theta}(t)$  типа белого шума так, что

$$\begin{aligned} M \left\{ \begin{bmatrix} \bar{\xi}(t) \\ \bar{\theta}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\xi}^T(t) \\ \bar{\theta}^T(t) \end{bmatrix} \right\} &= \begin{bmatrix} \theta & N_f \\ N_f^T & \theta \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1^T D_{21}^T \end{bmatrix} \delta(t - \tau) = \begin{bmatrix} B_1 B_1^T & B_1 D_{21}^T \\ D_{21} B_1^T & D_{21} D_{21}^T \end{bmatrix} \delta(t - \tau). \end{aligned}$$

Управление по полному вектору состояния фактически осуществляется по вектору состояния наблюдателя

$$u(t) = F\bar{x}(t),$$

где матрица коэффициентов усиления

$$F = R^{-1} (B_2^T P + N_c^T) = (D_{12}^T D_{12})^{-1} (B_2^T P + D_{12}^T C_1),$$

а  $P$  удовлетворяет уравнению Риккати

$$A^T P + P A - (P B_2 + N_\theta) R^{-1} (B_2^T P + N_\theta) + Q = 0.$$

Представим эту систему в стандартной форме, принятой в теории  $H^\infty$

$$\dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + B_1\bar{w}(t) + B_2\bar{u}(t),$$

$$\bar{z}(t) = C_1\bar{x}(t) + D_{11}w(t) + D_{12}\bar{u}(t),$$

$$\bar{y}(t) = C_2\bar{x}(t) + D_{21}\bar{w} + D_{22}\bar{u}(t).$$

При реализации регулятора с передаточной функцией  $w_p$  в пространстве состояний в виде  $A, B, C, D$  матриц не требуется соответствия порядков исходной системы и регулятора. Так что при использовании 2-Риккати подхода порядок регулятора может получиться ниже порядка исходной системы. Такая ситуация имеет место для исходной системы, содержащей малые постоянные времени, которые при больших значениях уровня толерантности  $\gamma$  могут быть отброшены при синтезе робастного регулятора. Это происходит, несмотря на то, что при синтезе робастного регулятора с использованием 2 – Риккати подхода решаются 2 уравнения Риккати, или эквивалентные им задачи нахождения спектров двух матриц Гамильтона соответственно по управлению и по фильтрации. Однако при этом, задавая достаточно большое значение уровня толерантности  $\gamma$  часть переменных состояния наблюдателя, с помощью которого реализуется регулятор, могут быть отброшены.

Синтез робастного регулятора и робастного наблюдателя сводится к определению такого динамического блока, заданного матрицами  $A_p, B_p, C_p$ , входом которого является измеряемый вектор исходной системы  $\bar{y}(t)$ , а выходом является вектор управления  $\bar{u}(t)$  исходной системы

$$\frac{d\bar{x}_p}{dt} = A_p\bar{x}_p + B_p\bar{y},$$

$$\bar{u} = C_p\bar{x}_p,$$

где

$$A_p = A - B_2B_2^T X_\infty + [I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty]^{-1} Y_\infty C_2^T C_2 + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty,$$

$$B_p = [I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty]^{-1} Y_\infty C_2^T,$$

$$C_p = -B_2^T X_\infty,$$

$X_\infty$  и  $Y_\infty$  являются решением обобщенных алгебраических уравнений Риккати по управлению и фильтрации

$$A^T X_\infty + X_\infty A - X_\infty [B_2 B_2^T - \gamma^{-2} B_1 B_1^T] X_\infty + C_1 C_1^T = 0,$$

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T - Y_\infty [C_2^T C_2 - \gamma^{-2} C_1^T C_1] Y_\infty + B_1 B_1^T = 0.$$

**Метод решения.** При решении задачи синтеза робастного управления задается вектор контролируемых параметров  $\bar{z}(t)$ , и при этом синтез робастного регулятора сводится к определению таких параметров, при которых обеспечивается минимальное значение максимального выброса амплитудно – частотной характеристики следа матрицы, диагональные элементы которой представляют собой квадраты амплитудно – частотных характеристик компонент вектора контролируемых параметров  $\bar{z}(t)$  при изменении частоты от нуля до бесконечности. Естественно, что динамические характеристики системы в значительной степени определяются вектором контролируемых параметров  $\bar{z}(t)$  и, следовательно, соответствующими матрицами в описании системы.

Фактически к системе управления предъявляются противоречивые требования. В частности, обычно задается время переходных процессов при подаче определенных входных сигналов. Кроме того, часто задается точность отработки заданного минимального значения скорости – неравномерность движения рабочего органа на минимальной скорости. При этом обычно требуется минимальное значение дисперсии стабилизации заданного случайного изменения задающего воздействия при действии случайных возмущающих воздействий, обусловленных, например, случайным изменением профиля дороги. Эти требования могут быть записаны в виде следующих критериев качества работы системы

$$J_1 = t_{\text{д\ddot{a}a}}, J_2 = \Delta\omega, J_3 = \bar{\varepsilon}_{\varphi_3}^2, J_4 = \bar{\varepsilon}_F^2.$$

Оставаясь в рамках структуры робастного регулятора и робастного наблюдателя многокритериальная задача может быть сведена к однокритериальной с помощью следующей схемы компромисса. Из множества критериев выбирается тот, который является самым важным по техническим условиям. В частности, для системы стабилизации вооружения легкобронированной техники таким критерием является время регулирования. Остальные критерии переводятся в ограничения.

Естественно, что при этом часть переменных состояния системы не должна превосходить своих предельно – допустимых значений, что может быть записано в виде следующего неравенства

$$\bar{x}(t) \leq \bar{x}_{\text{max}}$$

и учтено при синтезе системы.

При синтезе системы матрицы  $D_{ij}$  и  $C_{ij}$  должны быть определены таким образом, чтобы выполнить технические требования, предъявляемые к системе. Введем вектор варьируемых параметров  $\bar{Z}$ , компонентами которого являются элементы этих матриц  $D_{ij}$  и  $C_{ij}$ , значения которых необходимо определить в результате синтеза системы. Тогда задача синтеза робастного регулятора сводится к определению вектора  $\bar{Z}$ , являющегося решением задачи векторной оптимизации.

После такого первого прохода и определения значений искомым матриц  $D_{ij}$  и  $C_{ij}$ , элементы которых являются компонентами искомого вектора  $\bar{Z}$ , может быть принята другая схема компромиссов. Например, главным критерием принимается неравномерность отработки заданного значения минимальной скорости наведения, остальные критерии переводятся в ограничения. Такая последовательная схема компромиссов позволяет наиболее рационально выполнить технические требования, предъявляемые к системе, и при этом обеспечить оптимальные значения основным показателям качества.

Некоторые критерии являются непротиворечивыми, что позволяет построить Парето область не улучшаемых решений. В частности, это относится к критериям времени регулирования и неравномерности отработки минимального значения скорости слежения. Снижение времени регулирования приводит к повышению быстродействия системы и, следовательно, к расширению полосы пропускания системы, что позволяет уменьшить неравномерность слежения на низких скоростях движения. Однако при этом, несмотря на снижение ошибок системы, обусловленных случайным изменением задающих и возмущающих воздействий, суммарная дисперсия ошибки может возрасти за счет усиления системы шумов измерительных устройств. Повышение быстродействия системы и расширение ее полосы пропускания приводит к резкому возрастанию управляющих воздействий и переменных состояния системы, так что эти критерии являются антагонистическими. Однако, за счет рациональной схемы компромиссов, что фактически соответствует введению в критерий качества исходной робастной системы, задаваемой вектором контролируемых переменных  $\bar{Z}$  новых переменных состояния, этот антагонизм критериев может быть существенно ослаблен.

Так, например, на этапе минимизации времени переходных процессов введение в вектор контролируемых параметров  $\bar{z}(t)$  момента упругости привело к существенному уменьшению как времени регулирования, так и тока якоря приводного двигателя.

Заметим, что в рамках структуры робастного регулятора и робастного наблюдателя можно поставить задачу параметрического синтеза в следующей

постановке. Вектор искомых параметров  $\bar{Z}$  включим компоненты матриц коэффициента усиления робастного регулятора  $F_\delta$  и робастного наблюдателя  $K_\delta$ , так что  $\bar{Z} = \{F_\delta, K_\delta\}$ . И при этом необходимо решить задачу многокритериальной оптимизации относительно этого вектора варьируемых параметров. Решение этой задачи существенно сложнее ранее рассмотренной, так как, во-первых, размерность этой задачи существенно выше. Кроме того, при синтезе робастных регуляторов и робастных наблюдателей путем решения соответствующих уравнений Риккати, во-первых, обеспечивается устойчивость синтезированных регуляторов и наблюдателей при номинальных значениях параметров системы и, во-вторых, обеспечивается робастность синтезированной системы – ее низкая чувствительность к изменению параметров и структуры моделей объекта управления и внешних воздействий.

При случайных внешних воздействиях в критерий качества  $J$  обычно входят как переменные состояния системы или их комбинации, характеризующие точность системы, так и переменные состояния, которые необходимо ограничивать. Но при этом в критерий качества обязательно входит вектор управления  $\bar{u}$ . В противном случае, исходная задача становится вырожденной и приводит к бесконечным управлениям. Причем выбор весовых матричных функций в критерии качества при решении конкретных задач осуществляется итеративно путем многократного решения исходной задачи оптимизации для различных значений весовых функций до тех пор, пока не будут получены приемлемые результаты. Фактически смысловая постановка задачи сводится к синтезу такой системы, при которой обеспечивается минимальное значение ошибки, либо дисперсии ошибки  $\bar{\varepsilon}^2$ , характеризующей точность системы при выполнении ограничений на дисперсии компонент вектора состояния

$$\bar{x}^2(\bar{z}) \leq \bar{x}_{\max}^2$$

и при выполнении ограничений на дисперсии вектора управления

$$\bar{u}^2(\bar{z}) \leq \bar{u}_{\max}^2.$$

При таком подходе можно обеспечить практически любое быстродействие системы надлежащим выбором соответствующих матриц в стандартном описании системы, играющих роль весовых матриц в критерии оптимизации робастной системы

$$J = \min_{w_p} \max_{\omega} \text{Spun}(w(j\omega)),$$

матрицы передаточных функций  $w(p)$  вектора контролируемых параметров  $\bar{z}(t)$  по вектору внешних воздействий  $\bar{w}(t)$ . Заметим, что основное влияние на быстродействие системы оказывает отношение элементов матрицы  $C_1$  к элементам матрицы  $D_{12}$ . Чем больше это отношение, тем большую роль в критерии качества играет ошибка системы и меньшую роль играет управление. При такой системе компромиссов между точностью системы и платой за обеспечение этой точности в виде управления быстродействие системы возрастает. Естественно, что по мере возрастания быстродействия системы а, следовательно, и ее результирующей точности, требуются и более эффективные управления, что приводит к возрастанию как самого управления, так и переменных состояния системы, участвующих в формировании управляющих воздействий. Рост управления и переменных состояния системы являются сдерживающим фактором повышения точности системы.

**Результаты моделирования.** В качестве примера рассмотрим построение робастной системы наведения и стабилизации танкового вооружения в канале вертикального наведения [3 – 4]. Введем следующие компоненты вектора состояния замкнутой системы: угол  $\phi(t)$  отклонения между осью канала ствола и направлением на цель и его производную  $\dot{\phi}(t)$ , значение функции  $T_0(t)$  в представлении функции  $y(x,t)$  характеризующей отклонение точек оси канала ствола от его недеформируемого состояния, а также производную этой функции  $\dot{T}_0(t)$ , момент стабилизации  $M_{co}(t)$  орудия с помощью исполнительного гидроцилиндра и его производную  $\dot{M}_{co}(t)$ , момент возмущения  $M_{bo}(t)$ , обусловленный угловой скоростью перемещения корпуса танка в вертикальной плоскости и его производную  $\dot{M}_{bo}(t)$ , силу возмущения  $f_0(t)$ , связанную с ускорением корпуса танка относительно его вертикальной оси и его производную  $\dot{f}_0(t)$ , а также переменную состояния интегратора  $z(t)$  для реализации астатического регулятора. При этом вектор состояния примет следующий вид

$$\bar{X}(t) = \begin{Bmatrix} \phi(t), \dot{\phi}(t), T_0(t), \dot{T}_0(t), M_{co}(t), \dot{M}_{co}(t), \\ M_{bo}(t), \dot{M}_{bo}(t), f_0(t), \dot{f}_0(t), z(t) \end{Bmatrix}.$$

Тогда в уравнении состояния возмущенного движения дискретно-континуального объекта стабилизации совместно с уравнениями формирующих фильтров и исполнительного электрогидравлического привода с гидроцилиндром и интегратором, на котором реализуется астатический регулятор, матрица состояния примет следующий вид:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & & & & & & & & \\ \hline & -\frac{a_0 b_0}{\Delta} & -\frac{\xi a_0 b_0}{\Delta} & \frac{c_0}{\Delta} & & \frac{c_0}{\Delta} & & \frac{a_0}{\Delta} & & \\ \hline & & 1 & & & & & & & \\ \hline & -\frac{I_0 b_0}{\Delta} & -\frac{\xi I_0 b_0}{\Delta} & -\frac{a_0}{\Delta} & & -\frac{a_0}{\Delta} & & \frac{I_0}{\Delta} & & \\ \hline & & & & 1 & & & & & \\ \hline & & & \frac{-1}{T_y^2} & \frac{-2\xi}{T_y} & & & & & \\ \hline & & & & & & 1 & & & \\ \hline & & & & & \frac{-1}{T_s^2} & \frac{-2\xi}{T_s} & & & \\ \hline & & & & & & & & 1 & \\ \hline & & & & & & & \frac{-1}{T_f^2} & \frac{-2\xi}{T_f} & \\ \hline -1 & & & & & & & & & \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Здесь введено обозначение  $\Delta = I_0 c_0 + a_0^2$ .

В качестве примера на рис.1 показана зависимость времени первого согласования  $t_{uc}$  от параметра  $R$ , характеризующего порядок отношения значений элементов матрицы  $B_1$  к значению элементов матрицы  $D_{12}$ .

На этом рисунке также показана также зависимость максимального значения момента стабилизации, необходимого для отработки заданного начального рассогласования углов направления орудия от направления на цель. Чем больше быстродействие системы, тем требуется большее значение стабилизирующего момента для приведения системы в согласованное положение. Таким образом, за повышение быстродействия приходится «платить» более энергичным управлением.

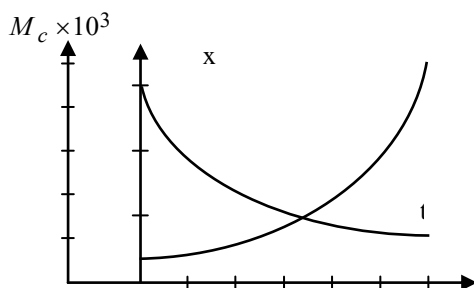
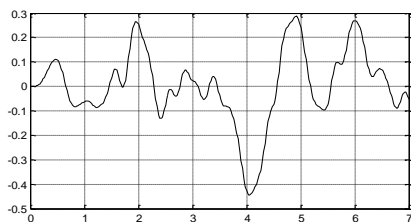
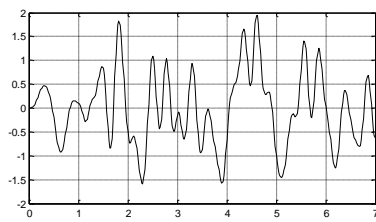


Рисунок 1 – Зависимость времени первого согласования  $t_{in}$  и максимального значения стабилизирующего момента  $\mu$  от степени  $R$  отношения весовых матриц  $B_1$  к  $D_{12}$

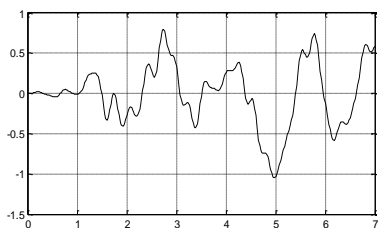




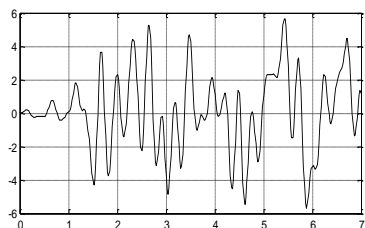
а)



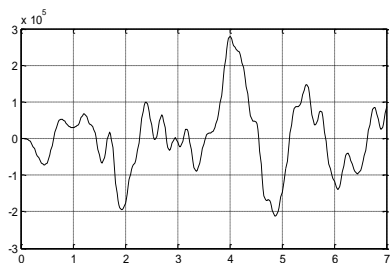
б)



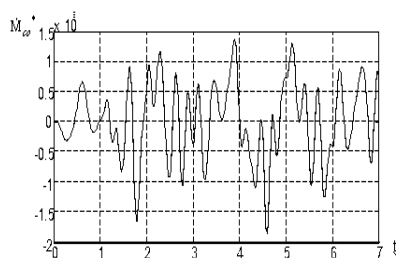
в)



г)



д)



е)

Рисунок 2 – Изменение а) угла  $\varphi(t)$  отклонения между осью канала ствола и направлением на цель и б) - его производной; в) функции  $T_0(t)$  деформации ствола и г) - ее производной; д) момента стабилизации  $M_{co}(t)$  орудия с помощью исполнительного гидроцилиндра и е) - его производной в канале вертикального наведения при случайных внешних воздействиях

По этой характеристике, в частности, можно определить время переходного процесса отработки заданного рассогласования между направлением на цель и фактическим направлением оси ствола орудия для существующего и перспективных приводов орудия танкового вооружения.

Для одного из вариантов регулятора этой системы на рис. 2 показаны графики изменения а) угла  $\varphi(t)$  отклонения между осью канала ствола и направлением на цель и б) - его производной; в) функции  $T_0(t)$  деформации ствола и г) - ее производной; д) момента стабилизации  $M_{co}(t)$  орудия с помощью исполнительного гидроцилиндра и е) - его производной в канале вертикального наведения при случайных внешних воздействиях. Для ограничения управления и переменных состояния могут использоваться алгоритмы, разработанные в [6 - 7].

**Выводы, перспективы этого направления.** Таким образом, с помощью разработанной методики выбора критерия качества при синтезе робастных регуляторов удалось получить приемлемые показатели качества и удовлетворить технические требования, предъявляемые к системе. Процедура выбора параметров критерия качества сведена к решению задачи многокритериальной оптимизации.

**Список литературы:** 1. Александров Е.Е., Александрова Т.Е. Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза систем стабилизации. //Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2004. – №2. – С. 23 – 26. 2. Кузнецов Б.И., Никитина Т.Б., Коломиец В.В. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями. Харьков, УИПА.2005.–511с. 3. Никитина Т.Б. Робастное управление многоканальными итерационными электроприводами по  $H^2$  и  $H^\infty$  критериям. Електромашинобудування та електрообладнання. Міжвідомчий науково – технічний збірник. Одеса - 2006. Випуск №67. С. 13 – 17. 4. Никитина Т.Б. Робастная стабилизация танкового вооружения. Вестник НТУ «ХПИ», Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Автоматика и приборостроение». 2007, №10. С. 134 – 144. 5. Никитина Т.Б. Робастная стабилизация дискретно – континуального объекта. //Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки. Частина 4. Київ. 2007. С. 60 – 64. 6. Никитина Т.Б. Ограничение динамических нагрузок в нелинейной системе совместного управления главными приводами бломинга с учетом их взаимного влияния через прокатываемый металл. //Вестник НТУ «ХПИ». Сборник научных трудов. Харьков. НТУ «ХПИ». – 2006. - №9 – С. 95 – 102. 7. Никитина Т.Б. Ограничение нагрузок в нелинейных многоканальных системах с оптимальным управлением. //Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки. Частина 4. Київ. 2006. С. 90 – 96. 8. Никитина Т.Б. Синтез приближенно – оптимальных нелинейных систем цифрового управления технологическими процессами с аналитическими нелинейностями. //Автоматизація виробничих процесів. Київ. – 2003. - №2(17). – С.62-65. 9. Никитина Т.Б. Синтез цифровых нелинейных многоканальных систем управления. //Автоматизація виробничих процесів. Київ. – 2005. - №2 (21) .С.115-121. 10. Никитина Т.Б. Приближенно оптимальное цифровое управление электроприводами с аналитическими нелинейностями. //Вестник НТУ «ХПИ». Сб. научных трудов. Харьков: НТУ «ХПИ»,- 2003. - №10. Т1. – С.321-322. 11. Никитина Т.Б. Синтез многоканальных нелинейных электромеханических систем. //Вестник НТУ «ХПИ». Сборник научных трудов. Харьков. НТУ «ХПИ». – 2005. - №45. – С. 130 – 131.

*Поступила в редколлегию 15.10.07*